वास्तविक संख्याएँ

① यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका :

दो धनात्मक पूर्णांक a और b दिए रहने पर, ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएं q और r विद्यमान हैं कि

$a = bq + r$; $0 \leq r < b$ है।

② किन्हीं 2 धनात्मक पूर्णांक a और b के लिए,

$$HCF(a, b) \times LCM(a, b) = a \times b$$

③ परिमेय संख्याएँ :

★ ऐसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{P}{Q}$ रूप में लिखा जा सकता हो उन्हें परिमेय संख्याएं कहा जाता है (जहाँ P व Q सहअभाज्य हैं)

★ परिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार या तो "सांत दशमलव प्रसार" होता है या फिर "असांत आवर्ती दशमलव प्रसार" होता है।

(a) परिमेय संख्या $\frac{P}{Q}$ का दशमलव प्रसार सांत दशमलव प्रसार कहलाता है यदि, Q के अभाज्य गुणनखण्ड $2^n \times 5^m$ रूप के हों।

(b) परिमेय संख्या $\frac{P}{Q}$ का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती दशमलव प्रसार कहलाता है यदि, Q के अभाज्य गुणनखण्ड $2^n \times 5^m$ रूप के ना हों।

PDF Sarthi . Com

बहुपद

① $P(x)$ → बहुपद

बहुपद की घात → बहुपद $P(x)$ में x की उच्चतम घात बहुपद की घात कहलाती है।

रैखिक बहुपद → x की उच्चतम घात = 1

द्विघात बहुपद → x की उच्चतम घात = 2

त्रिघात बहुपद → x की उच्चतम घात = 3

② किसी बहुपद के **शून्यांकों एवं गुणांकों में संबंध**:

माना बहुपद ax^2+bx+c है तथा इसके शून्यांक α एवं β हैं तो,

शून्यांकों का योग, $\alpha+\beta = \frac{-b}{a}$

शून्यांकों का गुणनफल, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

③ यदि बहुपद के शून्यक α व β दिए हों तो

बहुपद ⇒ $K[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta]$

④ **विभाजन एल्गोरिथ्म** :

यदि $p(x)$ व $g(x)$ कोई 2 बहुपद हैं जहाँ $g(x) \neq 0$ हो तो हम बहुपद $q(x)$ और $r(x)$ ऐसे प्राप्त कर सकते हैं कि, $p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$

PDFSarthi.com

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

① वह समीकरण जिसे $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता हो, उसे दो चर वाला रैखिक समीकरण कहा जाता है।

② सभी दो चर वाले रैखिक समीकरण "सरल रेखा" को निरूपित करते हैं।

③ यदि दो सरल रेखाओं के समी. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ व $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ हो तो →

(a) प्रतिच्छेदी रेखाएं / संगत युग्म / अद्वितीय हल होने की शर्त →

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

(b) संपाती रेखाएं / संगत युग्म / अपरिमित रूप से अनेक हल होने की शर्त → $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(c) समान्तर रेखाएं / असंगत युग्म / कोई हल नहीं होने की शर्त → $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

④ नाव (x km/h) →
नदी (y km/h) →

नाव की धारा के अनुकूल चाल = $(x+y)$ km/h

नाव (x km/h) →
नदी (y km/h) ←

नाव की धारा के प्रतिकूल चाल = $(x-y)$ km/h

⑤ समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

PDF Sarthi.Com

द्विघात समीकरण

① $ax^2 + bx + c = 0$ रूप की सभी समीकरण द्विघात समीकरण कहलाती है यदि x^2 का गुणांक शून्य ना हो ($a \neq 0$)

② द्विघात समीकरण के शून्यांक = द्विघात समीकरण के मूल

③ द्विघात समीकरण को हल करने की विधियाँ →

(a) गुणनखण्ड विधि

(b) पूर्ण वर्ग बनाने की विधि

(c) द्विघाती सूत्र / श्रीधराचार्य सूत्र :-

समी. → $ax^2 + bx + c = 0$

हल → $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$D = b^2 - 4ac$ (D → विविक्तकर)

④ मूलों की प्रकृति :-

(a) दो भिन्न वास्तविक हल होंगे, यदि $b^2 - 4ac > 0$

(b) दो समान वास्तविक हल होंगे, यदि $b^2 - 4ac = 0$

(c) कोई वास्तविक हल नहीं होगा, यदि $b^2 - 4ac < 0$

PDF Sarthi.com

समान्तर श्रेढी

① समान्तर श्रेढी →

$$a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + \cdots + [a+(n-1)d]$$

a = प्रथम पद

d = सार्वन्तर

$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \ldots\ldots$

② n वाँ पद / अन्तिम पद →

l या $a_n = a + (n-1)d$

③ n पदों का योग, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

या $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

④ यदि AP के तीन पदों का योग दिया हो तो हम वे तीन पद मानेंगें ⇒ $a-d, \; a, \; a+d$

⑤ यदि AP के चार पदों का योग दिया हो तो हम वे चार पद मानेंगें ⇒ $a-3d, \; a-d, \; a+d, \; a+3d$

⑥ यदि 3 संख्याएँ a, b व c AP में हों तो ⇒

$b - a = c - b$ या $b = \frac{a+c}{2}$

यहाँ 'b' को a व c का समान्तर माध्य कहा जाता है।

⑦ अंत से r वाँ पद = प्रारम्भ से $(n-r+1)$ वाँ पद

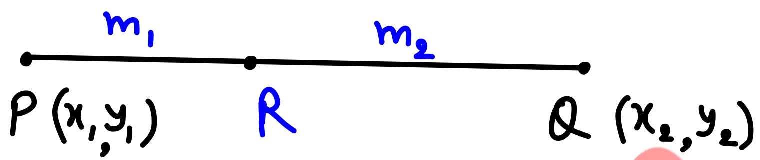
PDF Sarthi.com

निर्देशांक ज्यामिति

① दूरी सूत्र :-

$$PQ = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

② विभाजन सूत्र :-

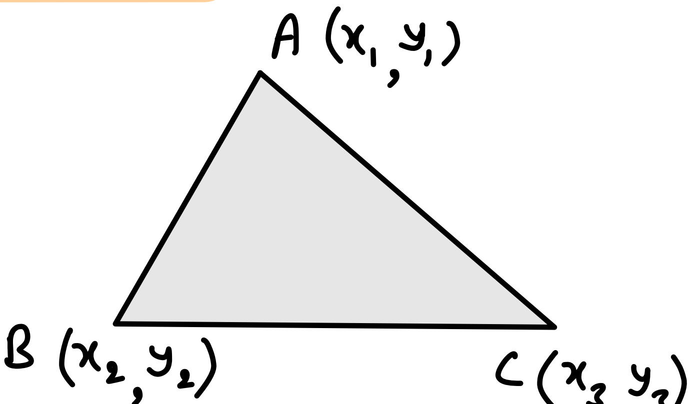


बिन्दु R के निर्देशांक = $\left(\dfrac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} , \dfrac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$

③ मध्य बिन्दु सूत्र :-

मध्य बिन्दु R के निर्देशांक = $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2} , \dfrac{y_1 + y_2}{2} \right)$

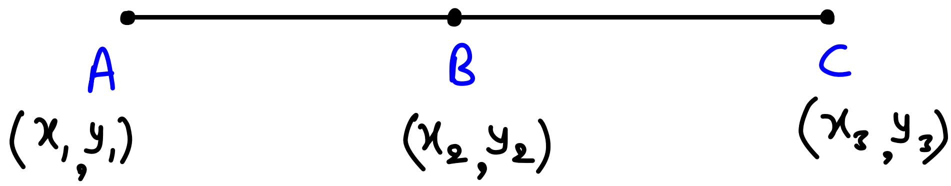
④ त्रिभुज का क्षेत्रफल :-



त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \left[x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) \right]$

PDF Sarthi.com

⑤ संरेखता की शर्त :-



तीन बिन्दुओं (A, B और C) के संरेख होने की शर्त →

ΔABC का क्षेत्रफल = 0

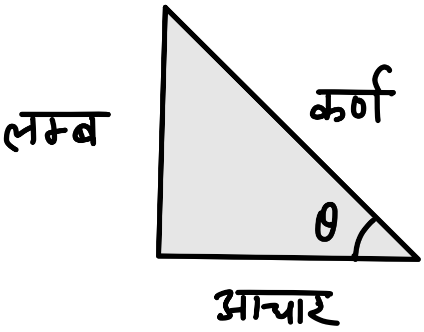
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_2-y_3)\right]=0$$

$$\Rightarrow \quad x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_2-y_3)=0$$

PDF Sarthi . Com

त्रिकोणमिति का परिचय

① त्रिकोणमितीय अनुपात :-



(a) $\sin\theta = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$

(b) $\cos\theta = \dfrac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

(c) $\tan\theta = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

(d) $\cot\theta = \dfrac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$

(e) $\sec\theta = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$

(f) $\text{cosec}\,\theta = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}}$

② त्रिकोणमितीय अनुपातों की सारणी :

	0°	30	45°	60°	90
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

PDF Sarthi .com

③

(a) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(b) $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$

(c) $1 + \cot^2 A = \text{cosec}^2 A$

(4) (a) $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$

(b) $\cot A = \dfrac{\cos A}{\sin A}$

(5) (a) $\sin A = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} A}$

(b) $\cos A = \dfrac{1}{\sec A}$

(c) $\tan A = \dfrac{1}{\cot A}$

(d) $\cot A = \dfrac{1}{\tan A}$

(e) $\sec A = \dfrac{1}{\cos A}$

(f) $\operatorname{cosec} A = \dfrac{1}{\sin A}$

(6) $\sin(90° - A) = \cos A$

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\tan(90° - A) = \cot A$

$\cot(90° - A) = \tan A$

$\sec(90° - A) = \operatorname{cosec} A$

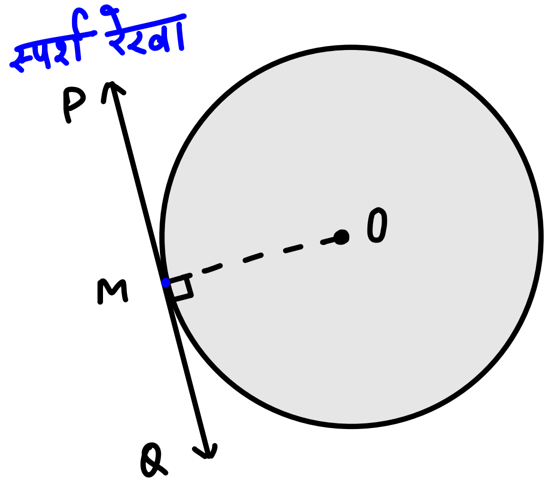
$\operatorname{cosec}(90° - A) = \sec A$

PDF Sarthi . Com

वृत्त (Circles)

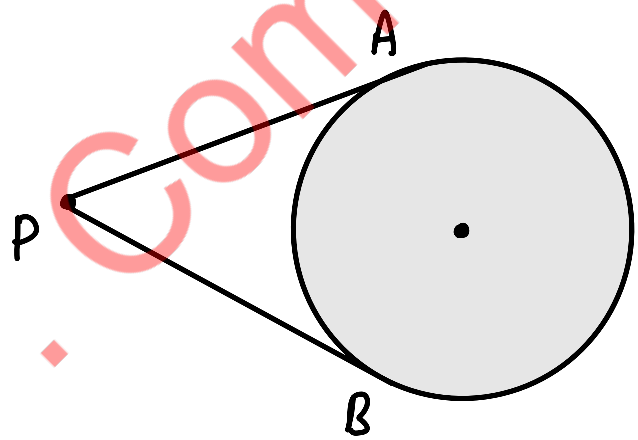
① वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होता है।

$OM \perp PQ$



② बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।

$PA = PB$



PDF Sarthi . Com

वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

① वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

[$r \rightarrow$ वृत्त की त्रिज्या]

② वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

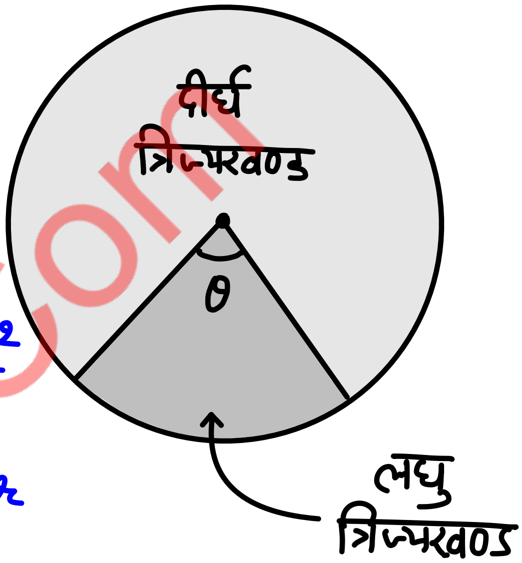
③ त्रिज्यखण्ड (Sector) :-

लघु त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

लघु त्रिज्य खण्ड की लम्बाई $= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$

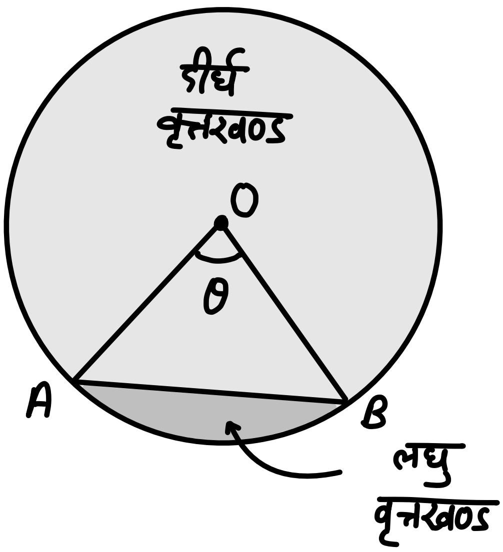
दीर्घ त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{360^\circ - \theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

दीर्घ त्रिज्य खण्ड की लम्बाई $= \frac{360^\circ - \theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$



④ वृत्तखण्ड (Segment) :-

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल − त्रिभुज का क्षेत्रफल



PDF Sarthi.Com

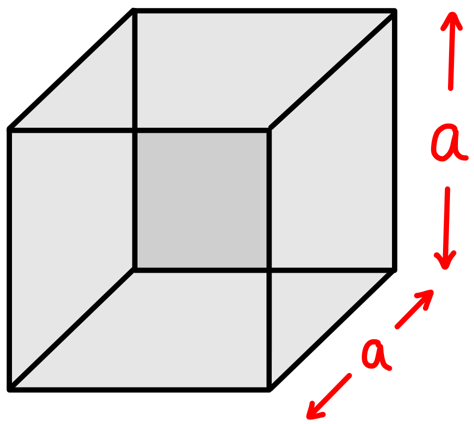
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

① घन (Cube) :-

भुजा की लम्बाई = a

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

आयतन = a^3

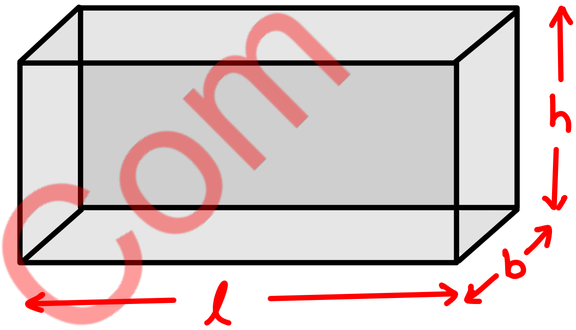


② घनाभ (Cuboid) :-

लम्बाई = l, चौड़ाई = b, ऊँचाई = h

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$

आयतन = lbh



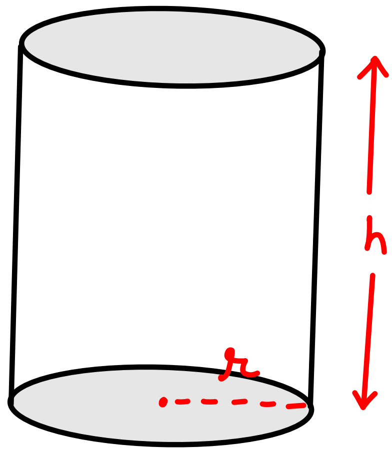
③ बेलन (Cylinder) :-

त्रिज्या = r, ऊँचाई = h

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2$

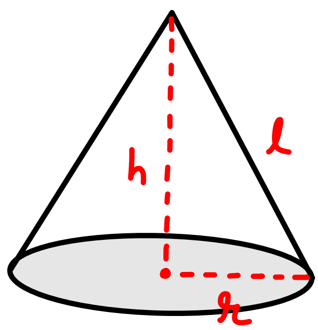
आयतन = $\pi r^2 h$



④ शंकु (Cone) :-

त्रिज्या = r, ऊँचाई = h, तिर्यक ऊँचाई = l

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl



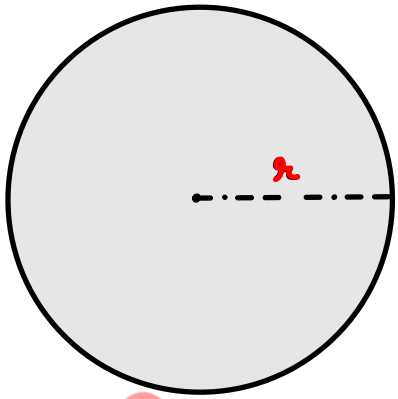
PDF Sarthi . Com

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l + \pi r^2$

$r^2 + h^2 = l^2$

आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

⑤ गोला (Sphare) :-

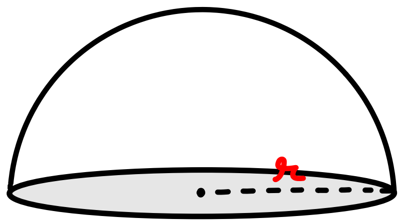


गोले की त्रिज्या = r

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4 \pi r^2$

आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

⑥ अर्द्धगोला (Hemisphare) :-



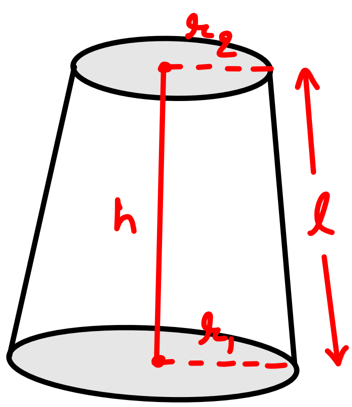
अर्द्ध गोले की त्रिज्या = r

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2 \pi r^2$

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3 \pi r^2$

आयतन = $\frac{2}{3} \pi r^3$

⑦ शंकु का छिन्नक (Frustum of cone) :-



वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi (r_1 + r_2) l$

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi (r_1 + r_2) l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

आयतन = $\frac{1}{3} \pi (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) h$

$l^2 = (r_1 - r_2)^2 + h^2$

$r_1 > r_2$

PDF Sarthi.Com

सांख्यिकी

① माध्य (Mean) :-

(a) प्रत्यक्ष विधि :-

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

x → आँकड़े

f → बारम्बारता

(b) कल्पित माध्य विधि :-

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

A → कल्पित माध्य

यहाँ, $[d = x - A]$

(c) पग - विचलन विधि :-

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\Sigma fu}{\Sigma f}\right) \times h$$

h → वर्ग अन्तराल

यहाँ, $\left[u = \frac{x - A}{h}\right]$

② बहुलक (Mode) :-

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

l → बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

h → वर्ग अन्तराल

f_1 → बहुलक वर्ग की बारम्बारता

f_0 → बहुलक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की बारम्बारता

f_2 → बहुलक वर्ग से ठीक बाद वाले वर्ग की बारम्बारता

PDF Sarthi . Com

③ माध्यक (Median) :-

(a) अवर्गीकृत आँकड़ों का माध्यक :-

यदि n विषम हो तो, माध्यक $= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ term

यदि n सम हो तो, माध्यक $= \dfrac{\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{term} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{th} \text{term}}{2}$

(b) वर्गीकृत आँकड़ों का माध्यक :-

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$$

- l → माध्यक वर्ग की निम्न सीमा
- n → प्रेक्षणों की संख्या
- cf → माध्यक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता
- f → माध्यक वर्ग की बारम्बारता
- h → वर्ग अन्तराल

④ माध्य, बहुलक और माध्यक में संबंध →

$$3(\text{माध्यक}) = \text{बहुलक} + 2(\text{माध्य})$$

PDF Sarthi . Com